

Zadatak V16 (Raketa s padobranom)

Koristeći Vensim napravite model gibanja rakete koja polazi sa Zemlje čiji je radijus $R_z = 6400$ km te gdje je gustoća zraka pri tlu $\rho_0 = 1.23 \text{ kgm}^{-3}$, a ubrzanje Zemljine sile $g_0 = 9.81 \text{ ms}^{-2}$. Karakteristike rakete:

- masa s gorivom $M_{rg} = 6.5$ t
- masa bez goriva $M_r = 1.0$ t
- vrijeme izgaranja $t_i = 60$ s
- specifični impuls $I_{sp} = 200$ s
- otvaranje padobran pri povratku na visini $x_p = 40$ km
- koeficijent otpora tijela rakete $C_r = 0.25$ čiji je poprečni presjek $A_r = 10 \text{ m}^2$
- koeficijent otpora padobrana $C_p = 1.0$ čiji je poprečni presjek $A_p = 20 \text{ m}^2$

Referentni sustav

- ishodište u početnom položaju rakete
- pretpostavljamo da se raketa giba samo vertikalno prema gore (x - visina), x os usmjerena prema gore
- početni uvjeti

$$x(0) = 0 \text{ m} ; \quad v(0) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} ; \quad m(0) = M_{rg}$$

Veličine koje opadaju s udaljavanjem od Zemlje

- ubrzanje Zemljine sile

$$g = g_0 \left(\frac{R_z}{R_z + x} \right)^2$$

- gustoća zraka (približna relacija u kojoj pri srednjoj temperaturi atmosfere od 250 K za skalirajuću visinu uzimamo $X_{at} = 7.4$ km)

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{x}{X_{at}}}$$

Sile

- gravitacijska sila (djeluje prema dolje)

$$F_g = -mg$$

- potisna sila (djeluje prema gore, ali – zbog negativne promjene mase u vremenu)

$$T = -I_{sp}g \frac{dm}{dt}$$

- sila otpora rakete (djeluje suprotno smjeru gibanja)

$$F_{or} = -D_r v |v| ; \quad D_r = \rho C_r A_r / 2$$

- sila otpora padobrana (djeluje suprotno smjeru gibanja kada raketa ide prema dolje kada dosegne visinu otvaranja padobrana x_p)

$$F_{op} = \begin{cases} -D_p v |v|, & x < x_p : \text{AND: } v < 0 \\ 0, & x \geq x_p : \text{OR: } v > 0 \end{cases} ; \quad D_p = \rho C_p A_p / 2$$

Promjena mase u vremenu

- ako se gorivo troši jednoliko tijekom vremena izgaranja t_i

$$\frac{dm}{dt} = \begin{cases} (M_r - M_{rg})/t_i, & t \leq t_i \\ 0, & t > t_i \end{cases}$$

Jednadžbe gibanja

- brzina promjene položaja u vremenu (brzina) (uvjeti jer raketa ne prodire u tlo)

$$\frac{dx}{dt} = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ v, & x \geq 0 \end{cases}$$

- brzina promjena brzine u vremenu (akceleracija)

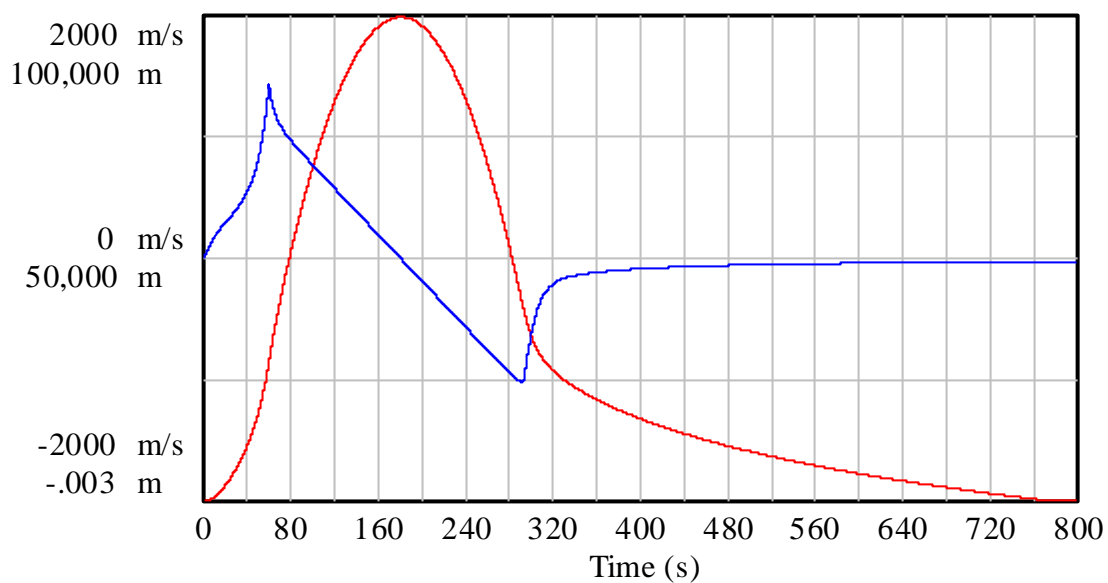
$$\frac{dv}{dt} = a$$

- za dovoljno mali vremenski interval (TIME STEP) tijekom kojeg masa ostaje približno konstantna

$$a = \frac{\sum F}{m}$$

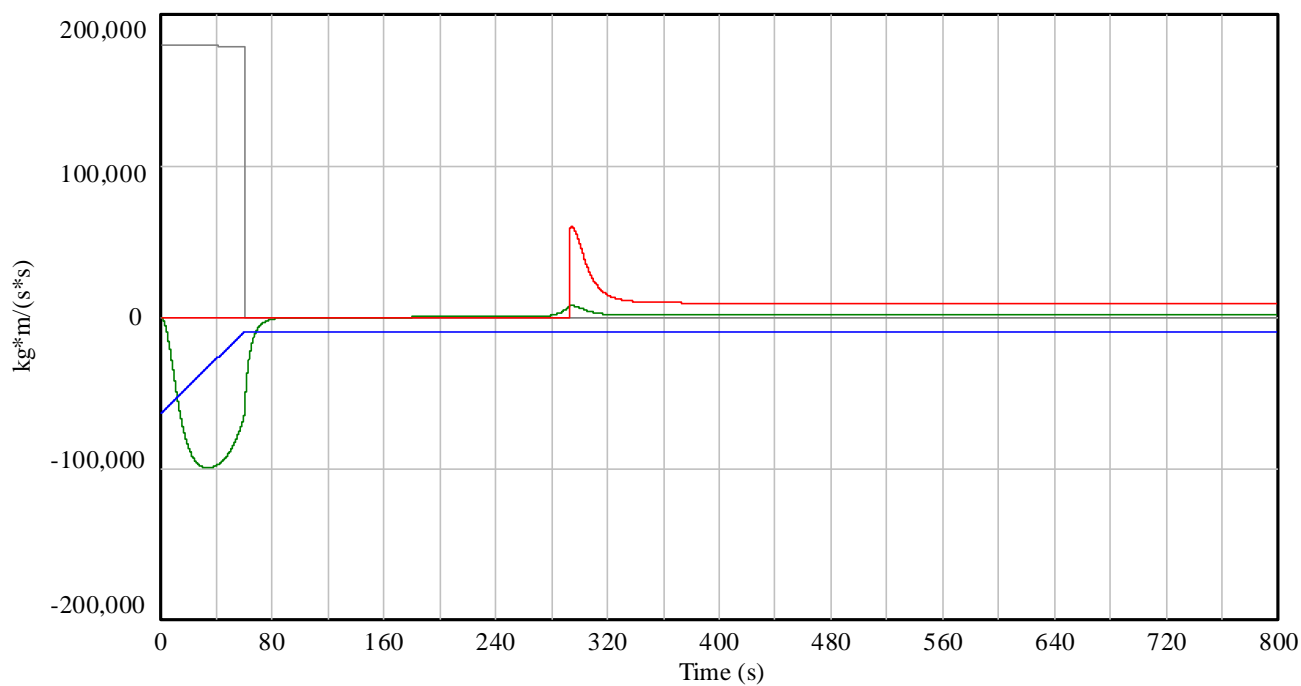
Rješenja

- brzina i položaj rakete



v : Current ————— m/s
 x : Current ————— m

- sile na raketu



Fg : Current —————
 Fop : Current —————
 For : Current —————
 T : Current —————